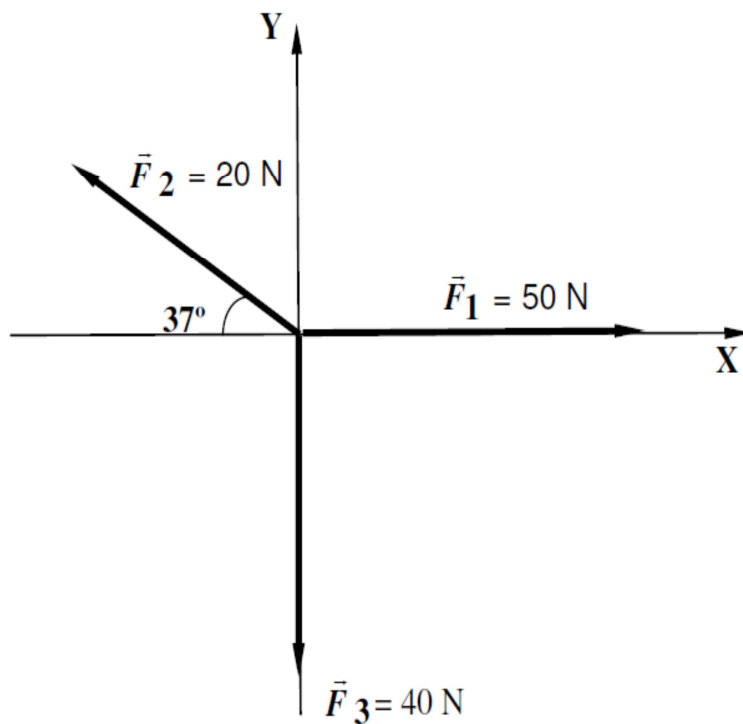


ADIÇÃO DE VETORES PELO MÉTODO DAS PROJEÇÕES

Quando o sistema é formado por mais de dois vetores concorrentes e coplanares, podemos determinar o vetor resultante pelo **método das projeções** de cada vetor em dois eixos perpendiculares (X e Y).

Ex. Dadas as forças indicadas na figura, determine o módulo, a direção e o sentido da força resultante $\vec{R}$ ($\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$)

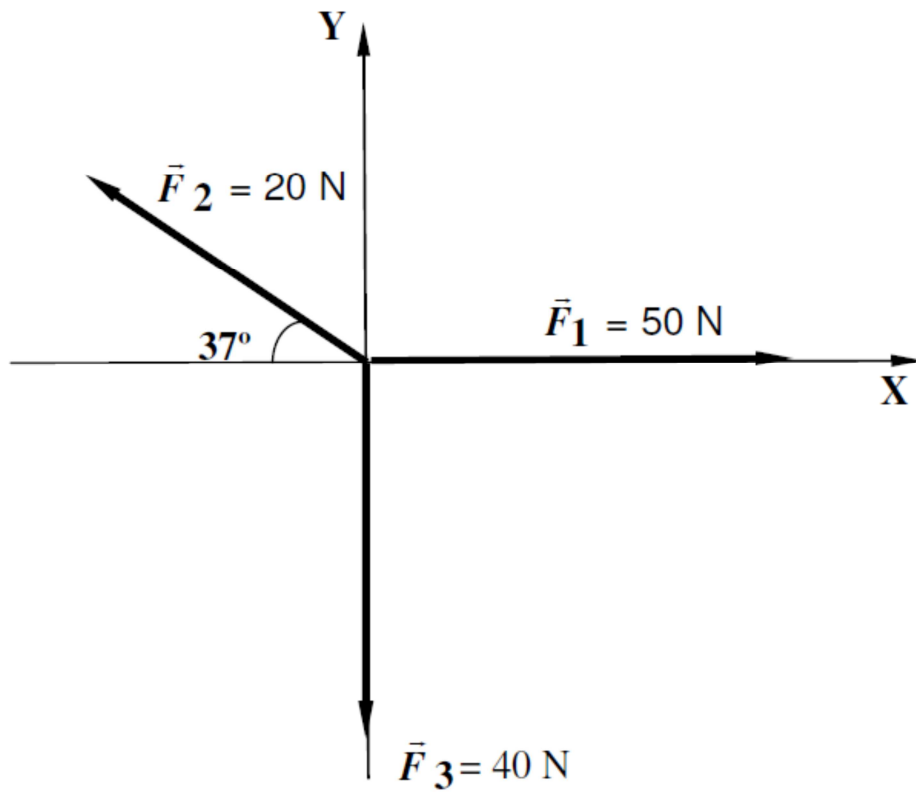


1º) Resultante em X

$$R_x = \sum \text{proj}_x F$$

$$R_x = \text{proj}_x F_1 + \text{proj}_x F_2 + \text{proj}_x F_3$$

$$R_x = 50 - 20 \cos 37^\circ + 0 \quad R_x = 50 - 20 \cdot 0,8 \quad R_x = 50 - 16 \quad \mathbf{R_x = 34 \text{ N}}$$



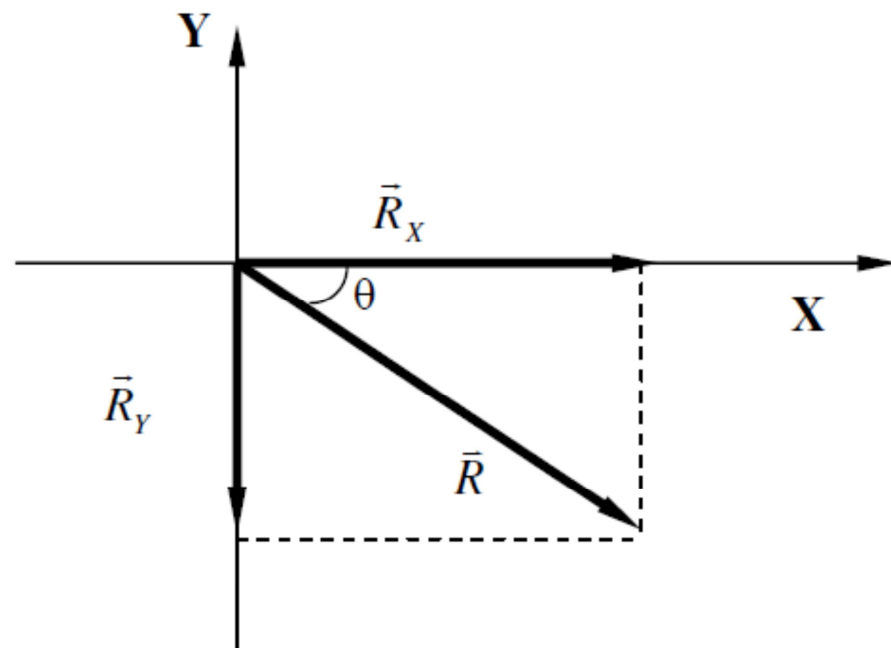
2º) Resultante em Y

$$R_Y = \Sigma \text{proj}_Y F$$

$$R_Y = \text{proj}_Y F_1 + \text{proj}_Y F_2 + \text{proj}_Y F_3$$

$$R_Y = 0 + 20 \cdot \cos 53^\circ - 40 \quad R_Y = 20 \cdot 0,6 - 40 = 12 - 40 = -28$$

3º) Cálculo do módulo do vetor resultante



$$|\vec{R}| = \sqrt{|\vec{R}_x|^2 + |\vec{R}_y|^2}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{34^2 + 28^2}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{1156 + 784}$$

$$|\vec{R}| = 44,04 \text{ N}$$

$$\text{Direção: } \operatorname{tg} \theta = \frac{R_y}{R_x} \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{28}{34} = 0,823 \quad \theta \cong 39^\circ$$

1.4 Tipos de carga e apoio

Até agora foram discutidos alguns conceitos, como aplicações de cálculo vetorial, leis da física clássica (leis de Newton) e noções de sistemas de unidades (Sistema Internacional e Sistema Técnico de unidades).

Nesta seção, vamos discutir com maior profundidade a classificação das cargas em estruturas estáticas e características dos tipos de apoio.

1.4.1 Tipos de carga

Existem diversas classificações para as cargas que atuam em estruturas. Uma delas leva em conta os seguintes fatores: distribuição, posição, tempo de ação, intensidade e forma de aplicação.

Quanto à distribuição

As cargas que atuam em estruturas podem ser concentradas ou distribuídas.

As cargas são **concentradas** quando teoricamente agem sobre um ponto da estrutura conforme indicado na figura 1.36.

Assim, podemos considerá-las concentradas sempre que agirem sobre uma superfície de dimensões sensivelmente reduzidas em comparação com as demais dimensões da estrutura.

Por convenção, as cargas concentradas são representadas por letras maiúsculas (P, Q, W, X, Y, Z etc.).

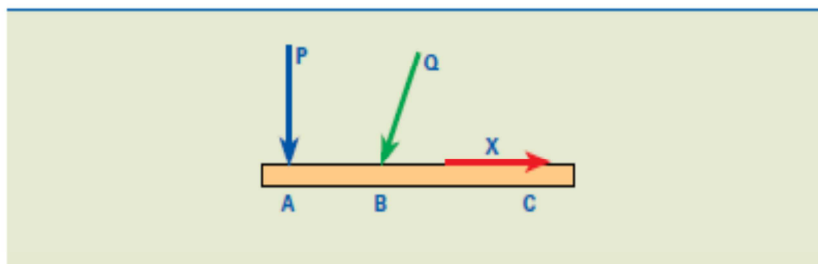


Figura 1.36
Cargas concentradas em pontos de uma barra horizontal.

As cargas são denominadas **distribuídas** quando atuam sobre extensão relevante em relação às demais dimensões da estrutura.

A carga pode ser considerada **linearmente distribuída** se a espessura da faixa de distribuição de cargas for desprezível em comparação com as dimensões da estrutura, conforme mostrado na figura 1.37.

Exemplo de uma carga uniformemente distribuída pode ser o próprio peso de determinada estrutura.

As cargas distribuídas são usualmente representadas por letras minúsculas (p , q , w etc.).

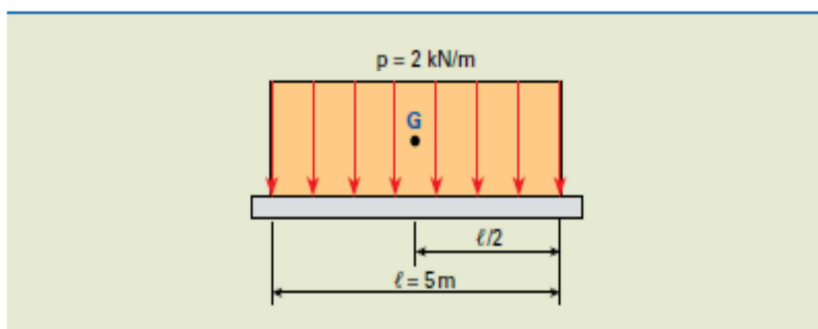


Figura 1.37
Carga linearmente distribuída.

Os carregamentos distribuídos podem ser substituídos por cargas concentradas equivalentes. O carregamento $p = 2 \text{ kN/m}$ descrito na figura 1.37 pode ser substituído por um carregamento equivalente P , localizado em G (centro do carregamento), igual, neste caso, ao valor da carga distribuída multiplicado pelo comprimento do carregamento.

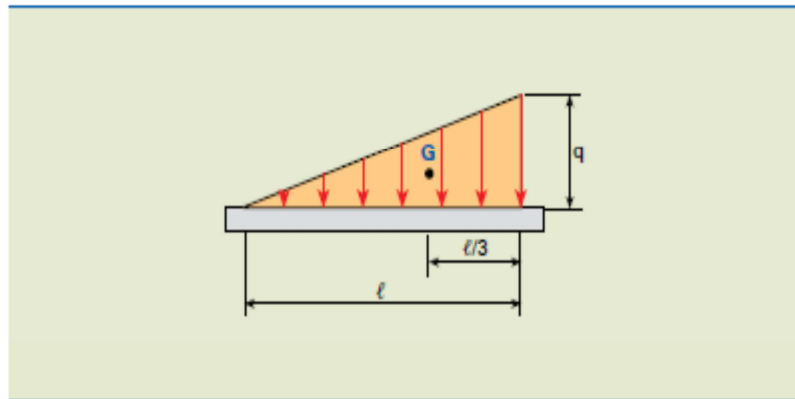
Portanto:

$$P = p \cdot \ell = 2 \cdot 5 = 10 \Rightarrow P = 10 \text{ kN}$$

Outro caso bastante comum é uma carga distribuída em forma triangular, conforme indicado na figura 1.38. A carga equivalente a esse carregamento pode ser obtida por:

$$P = \frac{q \cdot \ell}{2}.$$

Figura 1.38
Carregamento distribuído
em forma triangular:



Exemplo

Se $q = 5 \text{ kN/m}$ e $\ell = 3 \text{ m}$, temos:

$$P = \frac{5 \times 3}{2} = 7,5 \Rightarrow P = 7,5 \text{ kN}$$

Quanto à posição

Nessa classificação, as cargas podem ser **fixas** ou **móveis**.

As cargas são **fixas** quando sua posição é invariável na estrutura, por exemplo, o peso próprio de uma viga.

As cargas são **móveis** quando sua posição é variável na estrutura, como no caso de um elemento que se desloca em uma ponte rolante.

Quanto ao tempo de ação

Quanto ao tempo de ação, as cargas podem ser **permanentes** ou **transientes**.

São **permanentes** as cargas que agem durante todo o tempo de vida da estrutura. Exemplo: peso próprio dos elementos da estrutura.

São **transientes** as cargas que atuam sobre as estruturas apenas durante certos intervalos de tempo. Exemplo: ação do vento.

Quanto à intensidade

Neste caso, as cargas podem ser **constantes** ou **variáveis**.

São **constantes** as cargas que mantêm a mesma intensidade ao longo do tempo. Exemplo: carga no suporte de um televisor fixo na parede.

São **variáveis** as cargas que mudam com o tempo, como o peso suportado por uma escada rolante.

Quanto à forma de aplicação

As cargas podem ser **estáticas** ou **dinâmicas**.

São **estáticas** as cargas que, após a aplicação inicial, praticamente não variam com o tempo. Exemplo: o peso da parede em uma viga.

São **dinâmicas** as cargas aplicadas instantaneamente com seu valor máximo, podendo ou não ser alternadas ou cíclicas. Exemplo: em um motor de combustão interna, a transferência de energia oriunda da queima do combustível para o virabrequim.

1.4.2 Tipos de apoio

Denominamos **apoios** ou **vínculos** os elementos de construção que impedem certos movimentos de uma estrutura.

Os tipos usuais de apoio **externo** nas estruturas planas são:

- apoio simples ou móvel;
- apoio fixo articulado;
- apoio engastado ou engastamento.

Apoio simples ou móvel

Esse tipo de apoio impede o movimento apenas na direção normal ao plano de apoio e fornece uma única reação de apoio. A figura 1.39 mostra alguns exemplos: cabos, carrinho, roletes e dispositivos deslizantes sobre superfícies lisas, entre outros.

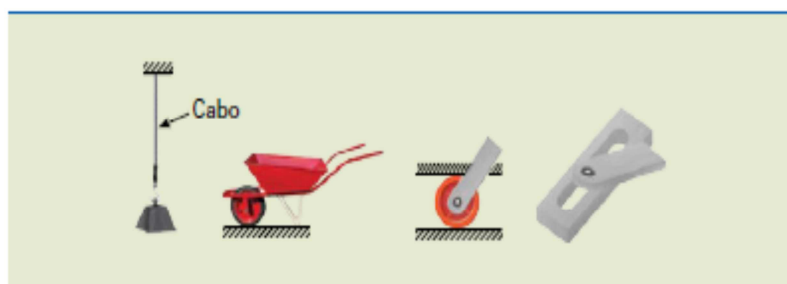


Figura 1.39

Exemplos de apoios móveis.

A representação esquemática é feita conforme figura 1.40.

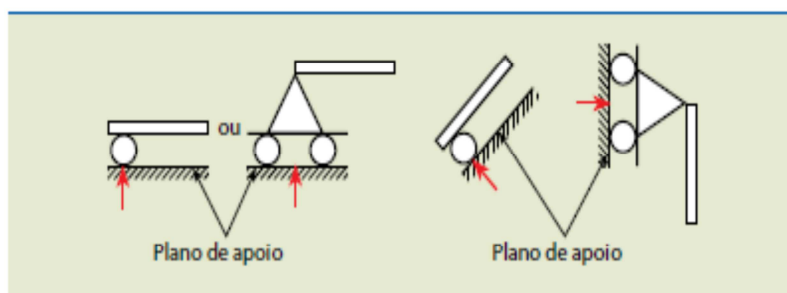


Figura 1.40

Representação esquemática de apoios móveis.

O plano de apoio refere-se ao plano em que age a carga.

No caso do cabo de aço com a carga suspensa, o plano que a suporta é o teto. Como se trata de corpos em equilíbrio, ela não deve oscilar, e o cabo permanece na direção vertical.

Observe que esse tipo de apoio não possui restrição ao movimento na direção do **plano de apoio**, portanto, não terá reação nessa direção.

Apoio fixo articulado

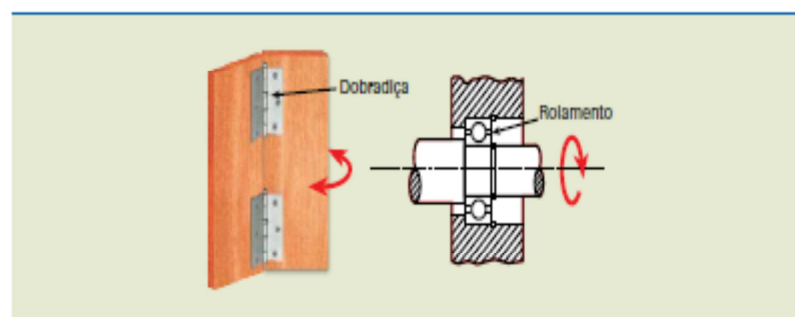
Esse tipo de apoio **impede** o deslocamento em **qualquer direção**, entretanto permite rotação.

A reação de apoio é decomposta no plano de apoio e na normal ao plano de apoio. Portanto, podemos dizer que o apoio fixo impede o movimento de translação na direção normal e paralela ao plano de apoio, fornecendo duas reações.

Existem diversos tipos de apoio fixo articulado, como a dobradiça e o rolamento bloqueado, ambos esquematizados na figura 1.41.

Figura 1.41

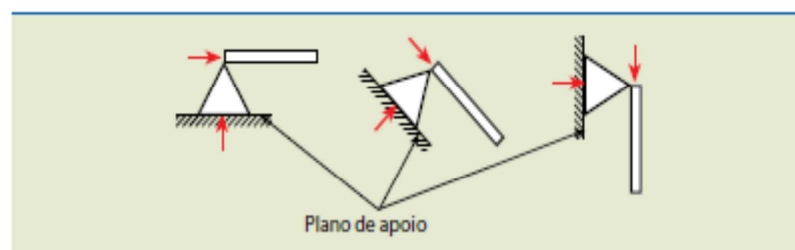
Exemplos de apoio fixo articulado.



A representação simbólica é feita conforme mostra a figura 1.42.

Figura 1.42

Representação simbólica de elementos articulados.

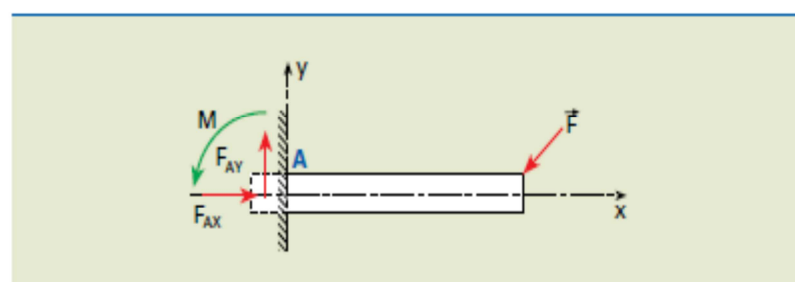


Apoio engastado ou engastamento

Esse tipo de apoio impede qualquer possibilidade de movimento, portanto, no apoio temos reação e momento. Como exemplo citamos uma barra fixa a uma parede, submetida a uma força externa F , conforme figura 1.43.

Figura 1.43

Barra fixa a uma parede submetida a uma força externa.



Observe que, no apoio A, a reação pode ser decomposta na direção x e y (representadas por F_{Ax} e F_{Ay}), e o momento, M, foi representado impedindo uma rotação da barra. Portanto, dizemos que esse tipo de apoio fornece três restrições de movimento. Exemplos são as juntas soldadas, rebitadas, parafusadas etc.

A representação simbólica é indicada na figura 1.44.

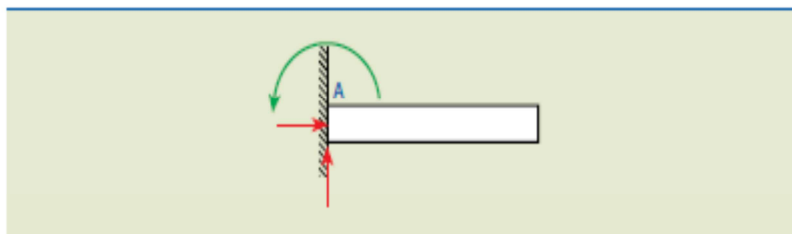


Figura 1.44

Representação simbólica de junta engastada.

1.4.3 Exemplo de aplicação

A figura 1.45 mostra um dispositivo mecânico giratório utilizado em uma máquina de usinagem conhecida por torno. Esse dispositivo é normalmente empregado quando se deseja usinar peças com comprimento muito maior que o diâmetro.

Nessa figura, nota-se que o eixo é apoiado em dois pontos, A e B, suportados por rolamentos. Dada a característica de montagem desse dispositivo, é possível observar que o ponto A é um apoio fixo e B é um apoio móvel.

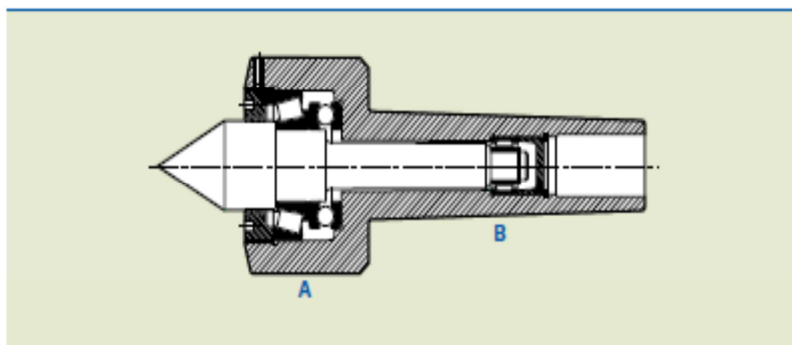


Figura 1.45

Dispositivo giratório de um torno.

1.5 Reações de apoios no plano

Nesta seção, estudaremos as reações de apoio no plano, especificamente em um elemento do tipo viga quando submetida a carregamentos externos.

A estrutura elementar em mecânica é a viga, que nada mais é que uma barra prismática, reta e longa.

1.5.1 Equações de equilíbrio

Para que haja equilíbrio, o somatório das forças e momentos em determinada estrutura deve ser nulo.

Admitindo uma estrutura qualquer que possui carregamentos, contida no plano cartesiano, escolhe-se um ponto arbitrário nessa estrutura. Caso a estrutura esteja em equilíbrio, obrigatoriamente o somatório das forças na direção da ordenada ou da abscissa nesse ponto deve ser nulo ($\Sigma F_x = 0$ e $\Sigma F_y = 0$), bem como o somatório dos momentos no mesmo ponto também deve ser nulo ($\Sigma M = 0$).

As **convenções** de sinais para o sistema cartesiano ortogonal são:

- a) As forças na direção x são positivas se seu sentido for **concordante** com o sentido do eixo x , ou se forem voltadas da esquerda para a direita.
- b) As forças na direção y são positivas se seu sentido for concordante com o sentido do eixo y , ou se forem voltadas para cima.
- c) O momento M é considerado positivo, quando tende a girar no sentido anti-horário.

1.5.2 Classificação das estruturas

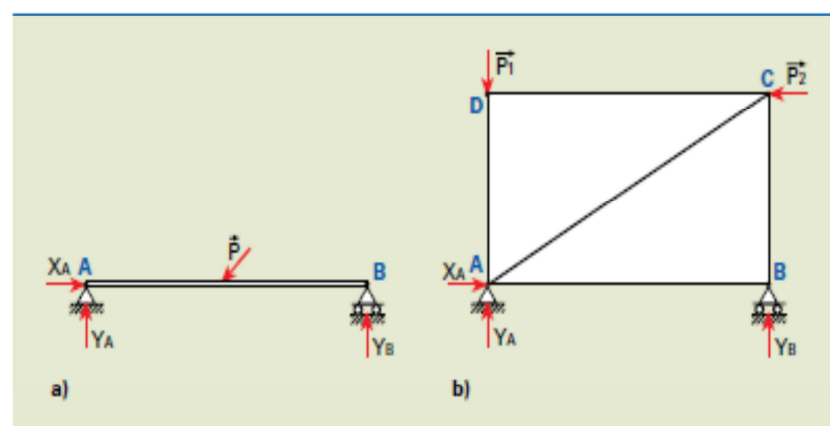
Estrutura é o conjunto de partes resistentes de uma construção. As estruturas podem ser classificadas de acordo com o modo como são apoiadas, ou seja, em isostáticas, hiperestáticas e hipostáticas.

Uma estrutura é classificada como **isostática**, quando os esforços reativos (reações de apoio) podem ser determinados em função dos esforços ativos (cargas externas aplicadas), somente utilizando as equações de equilíbrio dos corpos rígidos.

A figura 1.46 mostra exemplos de estruturas isostáticas.

Tanto a viga AB como a treliça ABCD indicadas na figura 1.46 possuem reações de apoio que podem ser determinadas, pois o sistema é determinado com três equações de equilíbrio de três incógnitas (X_A , Y_A , Y_B).

Figura 1.46
Exemplo de estruturas
isostáticas:
a) viga biapoiada;
b) treliça.



Nos casos em que o número de esforços reativos é maior que o número de equações da estática, não é possível determinar o sistema, e nesse caso diz-se que a estrutura é **hiperestática**.

A figura 1.47 mostra exemplos de estruturas hiperestáticas.

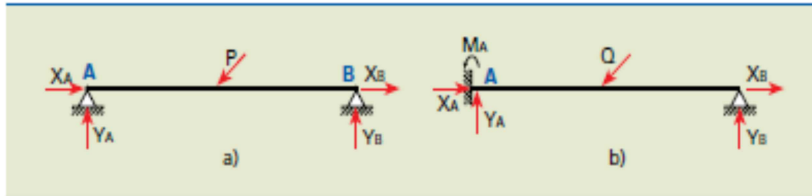


Figura 1.47

Exemplos de estruturas hiperestáticas:

- a) estrutura com grau 1 de hiperestaticidade;
- b) estrutura com grau 2 de hiperestaticidade.

Na figura 1.47a, a viga é sustentada por dois apoios fixos, de modo que temos quatro reações (X_A , Y_A , X_B , Y_B).

A estrutura é hiperestática porque o número de incógnitas é maior que o número de equações (três) da estática. Diz-se que o sistema é uma vez hiperestático, ou que possui grau 1 de hiperestaticidade.

Na figura 1.47b, a viga apresenta uma extremidade engastada e a outra articulada. Nesse caso, diz-se que o sistema possui grau 2 de hiperestaticidade, pois apresenta cinco incógnitas. Três delas (X_A , Y_A , M_A) referentes ao apoio engastado e duas (X_B , Y_B) referentes ao apoio fixo, isto é, duas a mais em relação ao número de equações da estática.

Finalmente, são **hipoestáticas** as estruturas cujo número de reações de apoio é menor que o número de equações da estática.

A figura 1.48 é um exemplo de estrutura hipoestática, cuja viga está sob dois apoios móveis. Dessa forma, o número de incógnitas (dois) é menor que o número de equações (três) da estática.

Esse tipo de estrutura é instável e pouco usado.

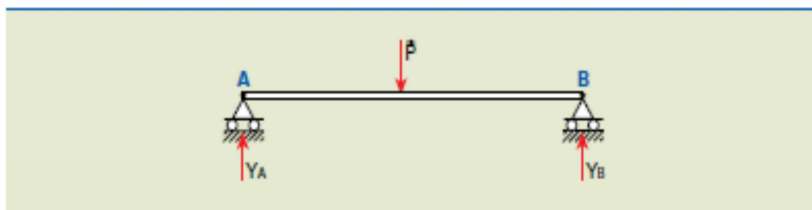


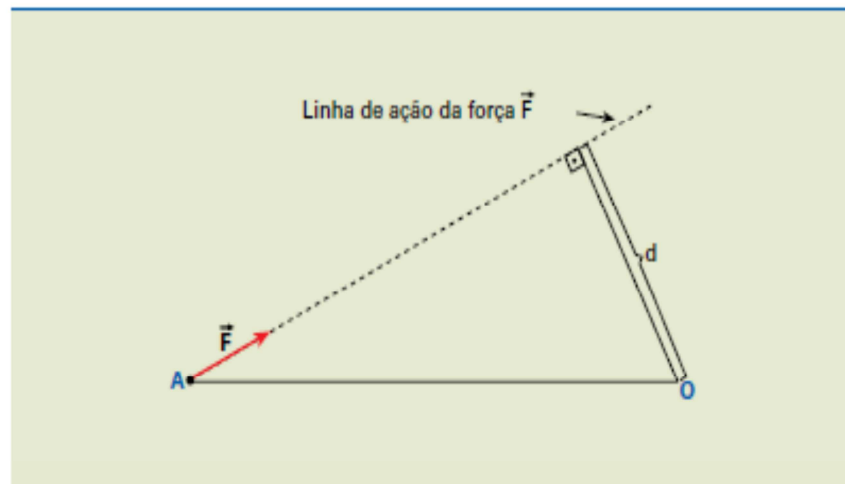
Figura 1.48

Exemplo de viga hipoestática.

Método dos momentos

O **momento de uma força** é uma grandeza que tende a fazer os corpos girar. Uma força $\vec{F}$ aplicada em um ponto A, a determinada distância d do ponto de referência O tende a girar um corpo em relação a esse ponto fixo (figura 1.33).

Figura 1.33
Momento de uma força $\vec{F}$
em relação ao ponto O.



A medida desse momento é dada por:

$$M_o = \pm F \cdot d$$

em que d é a distância da linha de ação da força ao ponto O e F é a intensidade da força.

Por convenção, adota-se o sinal (+) se a força $\vec{F}$ tende a girar o segmento $\vec{OA}$ em torno de O no sentido anti-horário, e (-) no sentido horário.

O ponto O é denominado **polo** ou centro de momento e a distância d , **braço** ou braço da alavanca.

A linha de ação da força $\vec{F}$ é a reta que passa pelo ponto A e na direção de $\vec{F}$.

A unidade do momento no Sistema Internacional de unidades (SI) é newton x metro (N·m).

Consideremos uma chave de boca fixa (figura 1.34) e apliquemos três forças de mesma intensidade na extremidade do cabo. Apesar dessa igualdade entre suas intensidades, a força $\vec{P}$, atuando normalmente na chave, é mais eficiente para fazer girar a porca do que as forças $\vec{Q}$ e $\vec{R}$. Essa maior eficiência pode ser percebida quando calculamos os momentos das forças em relação ao ponto O.

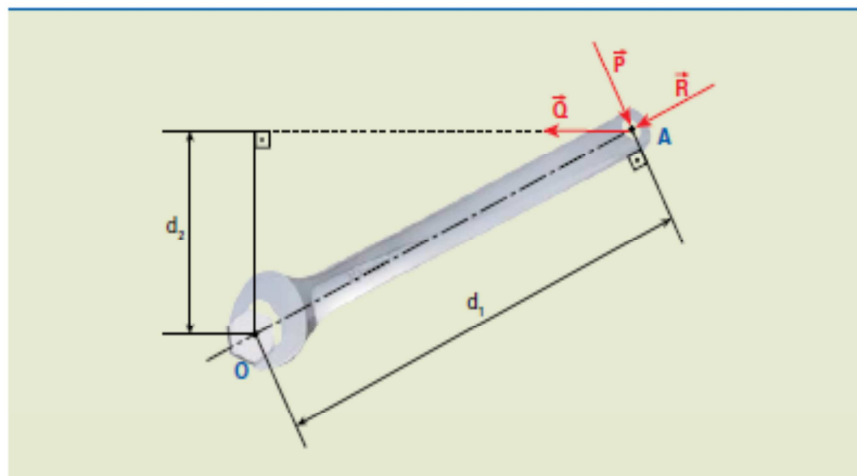


Figura 1.34

Aplicação de forças na extremidade de um elemento fixo em O.

Aplicando a definição do momento de uma força em relação a um ponto para as forças $\vec{P}$, $\vec{Q}$ e $\vec{R}$, temos:

para a força $\vec{P} \Rightarrow M_1 = P \cdot d_1$

para a força $\vec{Q} \Rightarrow M_2 = Q \cdot d_2$

para a força $\vec{R} \Rightarrow M_3 = R \cdot d_3$

Como, $P = Q = R$ e $d_1 > d_2$ e $d_3 = 0$, deduz-se que $M_1 > M_2 > M_3$.

Do exposto, conclui-se que a força $\vec{P}$ é mais eficiente para girar a porca que a força $\vec{Q}$. A força $\vec{R}$ não tem tendência nenhuma de girar a porca, visto que, seu momento é zero.

Exemplo

Dado o esquema da figura 1.35, determine os momentos das forças em relação ao ponto O.

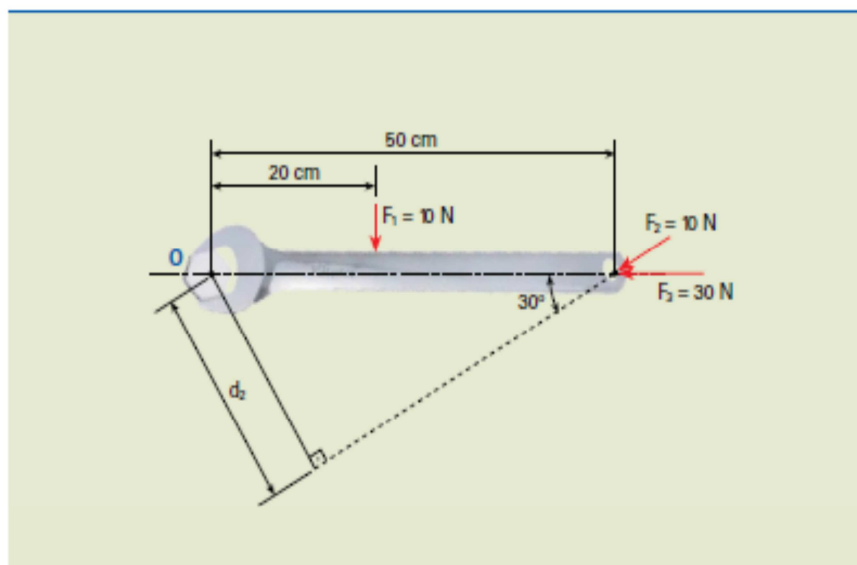


Figura 1.35

Solução

A distância do ponto O à linha de ação da força F_1 é:

$$d = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

Assim,

$$M_1 = F_1 \cdot d_1 = 10 \cdot 20 = 200 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

$$M_2 = F_2 \cdot d_2 = 20 \cdot 50 \cdot \sin 30^\circ = 500 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

$$M_3 = F_3 \cdot d_3 = 30 \cdot 0 = 0$$

O momento de uma força em relação a um ponto é uma grandeza vetorial e também pode ser denominado **torque**.

Por serem as forças coplanares (pertencentes ao mesmo plano), definimos apenas a intensidade e uma convenção de sinais.